



فهرست علمی آموزشی آیین علوی

## پاسخنامه آزمون اختصاصی علوم ریاضی (پایه دهم)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۰۸/۲۷

آغاز: ۸:۳۰ پایان: ۱۰:۳۰

نام:

نام خانوادگی:

شماره دانش آموزی:

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۰

ردیف	عنوان	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی	۲۰ سؤال	۱	۲۰	۴۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۰ سؤال	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه
۳	فیزیک	۱۵ سؤال	۳۰	۴۵	۳۰ دقیقه
۴	شیمی	۱۵ سؤال	۴۵	۶۰	۳۰ دقیقه

اساتید: ریاضی (استاد رنجبری)، هندسه (استاد فراشی)، فیزیک (استاد میرزایی)، شیمی (استاد مرتضوی)

ناظر علمی: استاد حسن شهریاری، مهندس علیرضا آسمانی

طراحی: آقایان صادق زارع و حسن شهریاری

 @Ayin\_alavi

 t.me/Alavi\_Ins

۱. در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله‌ای هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله حسابی، صفر است؟

 ۱۲  ۴

 ۱۱  ۳

 ۱۰  ۲

 ۹  ۱

پاسخ: گزینه ۳

در هر دنباله حسابی با جمله اول  $a_1$  و قدر نسبت  $d$ ، جمله  $m$ ام از رابطه  $a_n = a_1 + (n-1)d$  می‌آید و اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه  $ac = b^2$  است.

$$a_5, a_7, a_9 \Rightarrow a_1 + 4d, a_1 + 6d, a_1 + 8d \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} (a_1 + 4d)(a_1 + 8d) = (a_1 + 6d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 32d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 16d^2 \Rightarrow 16d^2 = 12a_1d \Rightarrow 4d = 3a_1$$

$$\Rightarrow 4d^2 + 2a_1d = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } d} 4d + 2a_1 = 0 \Rightarrow 2d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

دقت کنید چون جملات دنباله حسابی متمایز هستند، پس  $d \neq 0$  و می‌توانیم بر  $2d$  تقسیم کنیم.

۲. در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ است. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

 ۹  ۴

 ۸٫۵  ۳

 ۸  ۲

 ۷٫۵  ۱

پاسخ: گزینه ۲ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت  $a_n = a_1 + (n-1)d$  است. داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} (-5) \times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10 \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

۳. اعداد  $2^a, 2^b$  و  $4\sqrt{2}$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی اند، واسطه عددی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

 $\sqrt{2}$   ۴

 ۱٫۵  ۳

 ۲  ۲

 ۲٫۵  ۱

پاسخ: گزینه ۱

اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آنگاه:  $b^2 = a \cdot c$  و واسطه هندسی است.

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2,5$$

۴. در یک دنباله عددی، جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

 $\frac{3}{2}$   ۴

 $\frac{4}{3}$   ۳

 $\frac{5}{4}$   ۲

 $\frac{6}{5}$   ۱

پاسخ: گزینه ۴ روش اول: نکته: اگر جملات  $a_k, a_m, a_n$  از یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n}$$

$$q = \frac{11-5}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

بنابراین:

روش دوم: فرض کنیم  $a_n$  جمله عمومی دنباله حسابی می‌باشد:

$$a_1, a_5, a_{11} \Rightarrow a_5^2 = a_1 \times a_{11}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10a_1d \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d$$

$$\Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2}$$

۵. در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟

 ۱۱۷  ۱





 ۱۲۰  ۲







 ۱۲۳  ۳







 ۱۲۵  ۴

پاسخ: گزینه ۱

 با کمی دقت متوجه می‌شویم که تعداد نقطه‌های هر شکل برابر با  $(n + 0) + (n + 1) + \dots + (n + n - 1)$  می‌باشد.

 ... ،  $4 + 5 + 6 + 7$  ، شکل چهارم ،  $3 + 4 + 5$  ، شکل سوم ،  $2 + 3$  ، شکل دوم ،  $1$  ، شکل اول

پس تعداد نقطه‌ها در شکل نهم می‌شود:

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 117$$

 ۶. اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی  $\{1\}$ ،  $\{3, 5\}$ ،  $\{7, 9, 11\}$ ، ... در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل کدام است؟

۱۶۵۱ (۴)

۱۶۳۹ (۳)

۱۵۸۹ (۲)

۱۵۶۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

چند دسته اول را نوشته و با جملات آخر هر دسته یک دنباله تشکیل داده و جمله چهارم دنباله را پیدا می‌کنیم:

 دسته اول:  $\{1\}$ 

 دسته دوم:  $\{3, 5\}$ 

 دسته سوم:  $\{7, 9, 11\}$ 

 دسته چهارم:  $\{13, 15, 17, 19\}$ 

 بنابراین دنباله جملات آخر دسته‌ها به صورت  $1, 5, 11, 19, \dots$  است که می‌توان به صورت  $1, (2 \times 3) - 1, (3 \times 4) - 1, \dots$  نوشت، یعنی جمله عمومی  $a_n = n(n + 1) - 1$  است، پس:

$$a_{40} = 40 \times (41) - 1 = 1640 - 1 = 1639$$

 ۷. در یک دنباله حسابی  $a_7 = 43$ ،  $a_{10} = 24$ ، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

 نکته: قدرنسبت دنباله‌ای با جملات  $a_n, a_m$  از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:  $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$ 

 نکته: قانون اندیس‌ها  $m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$ 

$$a_7 + a_{10} + a_6 + a_8 + a_9 + a_{10} = 24$$

با استفاده از قانون اندیس‌ها داریم:

هر جمله در دنباله حسابی، میانگین جملات بعد و قبل خود است:

$$\frac{a_7 + a_{10}}{2} = a_8 \Rightarrow a_7 + a_{10} = 2a_8$$

$$\frac{a_7 + a_{10} = 2a_8, a_6 + a_9 = 2a_8}{a_7 + a_{10} = 2a_8} \rightarrow 2a_8 + 2a_8 + 2a_8 = 24 \Rightarrow 6a_8 = 24 \Rightarrow a_8 = 4$$

 با معلوم بودن  $a_7, a_{10}$ ، قدرنسبت را به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{a_{10} - a_7}{10 - 7} = \frac{43 - 4}{13} = \frac{39}{13} = 3$$

 ۸. رابطه  $t_n = (m - 2)n^2 + \frac{m}{2}n + 1$  جمله عمومی یک دنباله حسابی است. جمله هفتم این دنباله کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

 پاسخ: گزینه ۲ جمله عمومی دنباله حسابی  $t_n = a_1 + (n - 1)d$ 

 از آنجا که دنباله حسابی یک الگوی خطی است، جمله عمومی آن به صورت  $t_n = an + b$  است؛ یعنی بر حسب متغیر  $n$  از درجه اول است. بنابراین ضریب جمله  $n^2$  باید صفر باشد:

$$n^2 \text{ ضریب } = m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$t_n = \frac{2}{2}n + 1 \Rightarrow t_n = n + 1$$

 پس  $t_n$  برابر است با:

$$t_7 = 7 + 1 = 8$$

حال جمله هفتم را به دست می‌آوریم:

 ۹. مجموع پانزده جمله اول از دنباله  $t_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n + 1}$  کدام است؟

$\frac{16}{5}$  (۴)

$\frac{5}{16}$  (۳)

$\frac{16}{25}$  (۲)

$\frac{15}{16}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

چند جمله اول دنباله را تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \dots$$

مجموع جملات آن تا جمله پانزدهم عبارت است از:

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{16} = \frac{16-1}{16} = \frac{15}{16}$$

۱۰.  $A$  و  $B$  و  $C$  سه مجموعه بوده و تعداد اعضای مجموعه‌های  $(A - B)$ ،  $(B - C)$ ،  $(B - A)$ ،  $(C - A)$  و  $(C - B)$  به ترتیب برابر ۳، ۲، ۲، ۴ و ۵ است. در این صورت تعداد اعضای مجموعه  $(A - C)$  کدام است؟

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

پاسخ: گزینه ۲

 با توجه به تساوی  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$  داریم:

$$\left. \begin{aligned} n(A - B) = 3 &\Rightarrow n(A) - n(A \cap B) = 3 \\ n(B - A) = 2 &\Rightarrow n(B) - n(A \cap B) = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) - n(B) = 1 \quad (I)$$

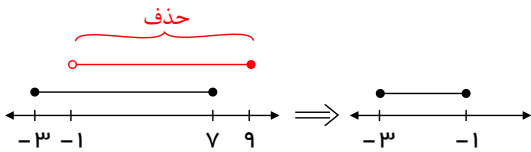
$$\left. \begin{aligned} n(B - C) = 2 &\Rightarrow n(B) - n(B \cap C) = 2 \\ n(C - B) = 5 &\Rightarrow n(C) - n(B \cap C) = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(B) - n(C) = -3 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow n(A) - n(C) = -2 \Rightarrow n(C) = n(A) + 2$$

$$n(C - A) = n(C) - n(A \cap C) = 2 + n(A) - n(A \cap C) = 2 + n(A - C) \Rightarrow 4 = 2 + n(A - C) \Rightarrow n(A - C) = 2$$

 ۱۱. حاصل  $[-3, 7] - (-1, 9]$  کدام است؟

  $(-3, -1]$ 
  $[-3, -1]$ 
  $[-3, -1)$ 
  $\emptyset$ 

 پاسخ: گزینه ۲ برای یافتن پاسخ از نمودار استفاده می‌کنیم: (بازه  $[-1, 9]$ ) را از بازه  $[-3, 7]$  کم می‌کنیم)


۱۲. در یک دنباله حسابی جمله هفتم، ۴ برابر جمله سوم است. در این دنباله قدرنسبت چند برابر جمله دوم است؟

 ۳

 ۸

 ۹

 ۱۱

 پاسخ: گزینه ۴ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$  می‌باشد. داریم:

$$t_7 = 4t_3 \Rightarrow t_1 + 6d = 4(t_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow t_1 + 6d = 4t_1 + 8d \Rightarrow 3t_1 = -2d \Rightarrow t_1 = -\frac{2}{3}d$$

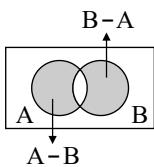
$$\frac{d}{t_7} = \frac{d}{t_1 + d} = \frac{d}{-\frac{2}{3}d + d} = \frac{d}{\frac{1}{3}d} = 3$$

 ۱۳. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند،  $(A \cap B') - (B - A)$  برابر کدام مجموعه است؟

  $A - B$ 
  $A \cap B$ 
  $\emptyset$ 
  $B'$ 

پاسخ: گزینه ۴

$A - B$  و  $A$  را روی نمودار ون ببینید:  $A - B$  و  $B - A$  هیچ عضو مشترکی ندارند، پس وقتی  $B - A$  را از  $A - B$  کم می‌کنیم، چیزی از  $A - B$  کم نمی‌شود و  $A - B$  تغییری نمی‌کند.



$$(A - B) - (B - A) = A - B$$

در نتیجه:

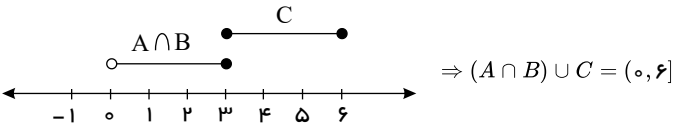
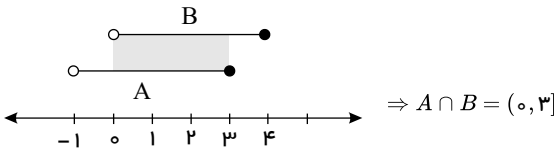
از طرفی:

$$(A \cap B') - (B - A) = (A - B) - (B - A) = A - B$$

 ۱۴. اگر  $A = (-1, 3]$ ،  $B = (0, 4]$  و  $C = [3, 6]$  باشد حاصل  $(A \cap B) \cup C$  کدام است؟

  $(0, 6]$ 
  $[0, 3]$ 
  $(-1, 4)$ 
  $(-1, 4]$ 

پاسخ: گزینه ۴ بهترین روش برای حل این تیپ سوالات آن است که از نمودار استفاده کنیم:



۱۵. مجموعه  $A = \left\{ \frac{x+5}{2x^2+1} \mid x \in \mathbb{N}, -2 < x < 2 \right\}$  چند عضو دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

بی شمار (۱)

پاسخ: گزینه ۲ از آنجا که  $x$  عددی طبیعی است و از طرفی بین  $-2, 2$  واقع است، پس  $x = 1$  است و مجموعه  $A$  فقط شامل عضو  $2 = \frac{1+5}{2+1}$  خواهد بود. یعنی:  $A = \{2\}$

۱۶. دنباله هندسی  $1, \frac{1}{2}, x, 2$  غیر نزولی است. مجموع شش جمله اول آن کدام است؟

$\frac{23}{16}$  (۴)

$\frac{11}{8}$  (۳)

$\frac{21}{16}$  (۲)

$\frac{41}{32}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ مربع جمله دوم باید برابر با حاصل ضرب جملات اول و سوم باشد:  $x^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

از آنجا که دنباله نزولی نیست،  $x$  نمی تواند ۱ باشد پس  $x = -1$

است که یک دنباله یک در میان مثبت و منفی تشکیل می دهد:

در این صورت قدرنسبت  $-\frac{1}{2}$  خواهد بود. حال دنباله را تکمیل می کنیم:

$$2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \dots \Rightarrow \text{مجموع } 6 \text{ جمله اول} = 2 + (-1) + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{4}) + \frac{1}{8} + (-\frac{1}{16}) = \frac{21}{16}$$

۱۷. دنباله  $t_n = \frac{23}{2n+1}$  چند جمله صحیح دارد؟

سه (۴)

دو (۳)

یک (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲  $t_n$  زمانی عدد صحیح است که صورت آن بر مخرج آن بخش پذیر باشد. از آنجا که ۲۳ عددی اول است، فقط دو شمارنده طبیعی ۱ و ۲۳ را دارد و می دانیم که  $-23, -1$  نیز شمارنده های صحیح آن هستند. پس  $2n+1$  اگر چهار مقدار ۱، ۲۳،  $-1$ ، ۲۳ را اختیار کند، حاصل  $t_n$  عددی صحیح خواهد بود:

$$2n+1=1 \Rightarrow 2n=0 \Rightarrow n=0 \quad n \text{ عددی طبیعی نیست و غیر قابل قبول است.}$$

$$2n+1=23 \Rightarrow 2n=22 \Rightarrow n=11$$

$$2n+1=-1 \Rightarrow 2n=-2 \Rightarrow n=-1 \quad n \text{ عددی طبیعی نیست و غیر قابل قبول است.}$$

$$2n+1=-23 \Rightarrow 2n=-24 \Rightarrow n=-12 \quad n \text{ عددی طبیعی نیست و غیر قابل قبول است.}$$

پس فقط یک جمله صحیح دارد و آن هم جمله ۱۱ام آن است.

۱۸. اگر  $a_n = \frac{n+3}{n^2+9}$ ،  $b_n = \frac{1}{n}$  دو دنباله باشند، جمله چندم آن ها با هم برابر است؟

نهم (۴)

هفتم (۳)

پنجم (۲)

سوم (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$a_n = b_n \Rightarrow \frac{n+3}{n^2+9} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2 + 3n = n^2 + 9 \Rightarrow 3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

۱۹. در یک دنباله حسابی  $a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 75$ ، حاصل  $a_4 + a_5 + a_6 + a_9 + a_{10} + a_{11}$  کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

بنابراین از قانون اندیس ها در دنباله حسابی استفاده می کنیم که می گوید:  $m+n=p+q \Rightarrow a_m+a_n=a_p+a_q$

$$a_4 + a_5 + a_6 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 75$$

$$\Rightarrow (a_7 + a_8) + (a_7 + a_8) + (a_7 + a_8) = (a_7 + a_{11}) + (a_8 + a_{10}) + (a_9 + a_9) = 75 \Rightarrow 3(a_7 + a_8) = 75$$

$$\Rightarrow a_7 + a_8 = \frac{75}{3} = 25$$

۲۰. بازه  $\left(-\infty, \frac{a}{2}\right) \cap \left[\frac{2a-1}{3}, +\infty\right)$  فقط شامل یک عضو است.  $a$  کدام است؟

۳ (۴)

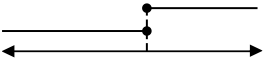
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳

برای تک‌عضوی شدن اشتراک دو بازه، بازه‌ها باید به این شکل باشند:



یعنی پایان بازه اول، آغاز بازه دوم باشد:

$$\frac{a}{2} = \frac{2a-1}{3} \Rightarrow 3a = 4a - 2 \Rightarrow a = 2$$

۲۱. اگر  $\frac{2a+3b}{3a+2b} = \frac{5}{6}$ ، حاصل  $\frac{a}{b}$  چقدر است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{3}{8}$  (۳)

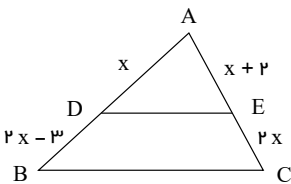
$\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ تناسب داده شده را طرفین وسطین می‌کنیم:

$$6(2a+3b) = 5(3a+2b) \Rightarrow 12a + 18b = 15a + 10b \Rightarrow 8b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{8}{3}$$

۲۲. در شکل مقابل  $DE \parallel BC$  است، طول  $AB$  برابر کدام است؟



۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

۲۱ (۴)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

طبق قضیه تالس داریم:

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{2x-3} = \frac{x+2}{2x} \Rightarrow 2x^2 = 2x^2 + x - 6 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow AB = 15$$

۲۳. در مثلث  $ABC$  اگر داشته باشیم  $\hat{A} > \hat{B}$ ،  $AC = 12$  و  $BC = 2x + 2$  آن‌گاه  $x$  کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۵ (۴)

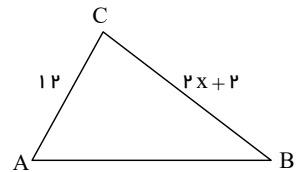
۶ (۳)

۷ (۲)

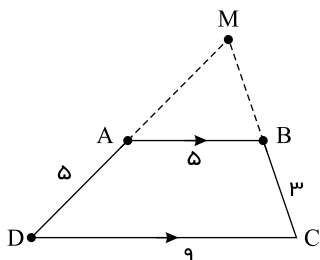
۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ در هر مثلث ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر بزرگ‌تر است:

$$\hat{A} > \hat{B} \rightarrow BC > AC \rightarrow 2x + 2 > 12 \rightarrow 2x > 10 \rightarrow x > 5$$



۲۴. در دوزنقه  $ABCD$  روبه‌رو، محیط مثلث  $MAB$  کدام است؟



۱۵ (۱)

۱۴ (۲)

۱۲ (۳)

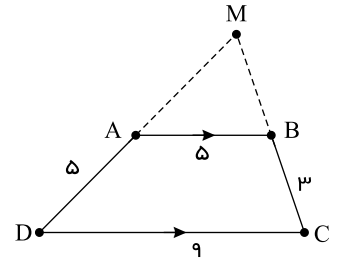
۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱  
با توجه به شکل داریم:

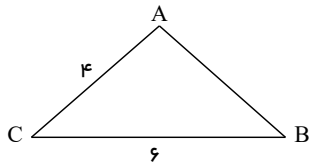
$$\triangle MDC : AB \parallel DC \xrightarrow{\text{بنابر قضیه تالس}} \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{MA}{MA+5} = \frac{MB}{MB+3} = \frac{5}{9} \rightarrow \frac{(MA+MB)}{(MA+MB)+8} = \frac{5}{9}$$

$$\rightarrow 9(MA+MB) = 5(MA+MB) + 40 \rightarrow 4(MA+MB) = 40 \rightarrow MA+MB = 10$$

$\triangle MAB$  محیط:  $MA + MB + AB = 10 + 5 = 15$



۲۵. اگر  $AB$  کوتاه‌ترین ضلع مثلث مختلف‌الاضلاع  $ABC$  باشد، چند مقدار صحیح برای اندازهٔ ضلع  $AB$  وجود دارد؟



۱ (۲)

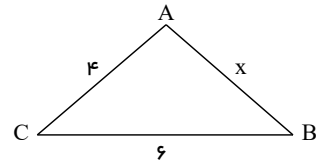
۳ (۴)

۱ (۱)

۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ با توجه به شکل نامساوی مثلث را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{نامساوی مثلث} &: |6-4| < x < 6+4 \rightarrow 2 < x < 10 \\ \text{کوتاه‌ترین ضلع} & \rightarrow x < 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow 2 < x < 4 \rightarrow x = 3$$



یک مقدار صحیح برای  $AB$  وجود دارد.

۲۶. اگر  $\frac{3a-2b}{a} = k$  باشد، آنگاه حاصل  $\frac{a-b}{a+b}$  کدام است؟

$\frac{k+1}{k-5}$  (۴)

$\frac{k-1}{k-5}$  (۳)

$\frac{k-1}{5-k}$  (۲)

$\frac{k+1}{5-k}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

طبق فرض داریم:

$$\frac{3a-2b}{a} = k \rightarrow 3a-2b = ak \rightarrow 3a-ak = 2b \rightarrow a(3-k) = 2b \rightarrow b = \frac{a(3-k)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a-b}{a+b} = \frac{a - \frac{a(3-k)}{2}}{a + \frac{a(3-k)}{2}} = \frac{1 - \frac{3-k}{2}}{1 + \frac{3-k}{2}} = \frac{2-3+k}{2+3-k} = \frac{k-1}{5-k}$$

۲۷. اگر در مثلث  $ABC$ ، ارتفاع رأس  $A$  برابر  $h_a$  و اضلاع  $AB$  و  $AC$  به ترتیب  $c$  و  $b$  باشند، این مثلث به شرط  $h_a < b, c$  چند جواب دارد؟

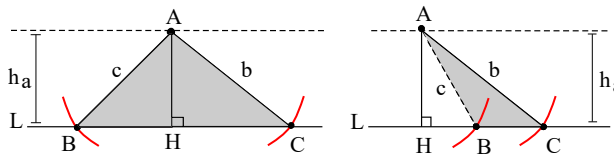
بی‌شمار جواب دارد. (۴)

دو جواب متمایز دارد. (۳)

یک جواب منحصر به فرد دارد. (۲)

جواب ندارد. (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا مجموعهٔ نقطهٔ  $A$  را که خطی موازی خط  $L$  و به فاصلهٔ  $h_a$  واحد از آن است رسم می‌کنیم. سپس با تثبیت  $A$  دو کمان به مرکز  $A$  شعاع  $b$  و  $c$  رسم می‌کنیم تا نقاط  $B$  و  $C$  به دست آید (مثلث بنا شود) بسته به اینکه  $b$  و  $c$  در یک طرف یا در طرفین  $AH$  باشند، مسئله دو جواب متمایز دارد.



۲۸. در مثلث قائم‌الزاویهٔ  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، نیمساز  $BD$  را رسم می‌کنیم. اگر اختلاف اندازهٔ وتر و ضلع  $AB$  برابر  $12$  و  $AD = 5$  باشد، آنگاه

طول ضلع  $AC$  کدام است؟

۲۱ (۴)

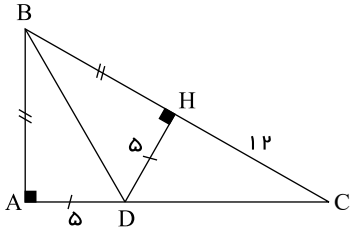
۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. از  $D$  عمود  $DH$  را بر  $BC$  رسم می‌کنیم.



$$DH = AD = 5 \Rightarrow AB = BH$$

$$\text{فرض: } BC - AB = 12 \Rightarrow BC - BH = 12 \Rightarrow HC = 12$$

$$\triangle DHC: DC^2 = DH^2 + HC^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow DC = 13 \Rightarrow AC = 5 + 13 = 18$$

۲۹. روی پاره خط  $AB = a$  دو نقطه  $M$  و  $N$  را به قسمی اختیار می‌کنیم که  $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 2$ . در این صورت طول پاره خط  $MN$  چقدر است؟

۴)  $\frac{2a}{3}$

۳)  $\frac{a}{3}$

۲)  $\frac{a}{2}$

۱)  $\frac{a}{4}$

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\frac{MB}{AM} = \frac{AN}{BN} = \frac{1}{2}$$



حال در کسرهای فوق از ترکیب در مخرج استفاده می‌کنیم:

$$\frac{MB}{AM + MB} = \frac{AN}{BN + AN} = \frac{1}{2 + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = AN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow MN = AB - (BM + AN) = a - \left(\frac{a}{3} + \frac{a}{3}\right) = \frac{a}{3}$$

۳۰. کدام دسته از اعداد زیر نمی‌تواند اضلاع یک مثلث باشد؟

۴) ۶, ۵, ۴

۳) ۵, ۴, ۳

۲) ۴, ۳, ۲

۱) ۳, ۲, ۱

پاسخ: گزینه ۱ با نامساوی مثلث که آشنایی دارید ( $a < b + c$ ) اعداد گزینه ۱ در این نامساوی صدق نمی‌کنند.

$$3 = 2 + 1$$

۳۱. یک قطعه فلز را که چگالی آن  $2,7 \frac{g}{cm^3}$  است کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی  $0,8 \frac{g}{cm^3}$  وارد می‌کنیم و به اندازه  $160$  گرم الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟

۴) ۲۰۰

۳) ۴۳۲

۲) ۴۵۰

۱) ۵۴۰

پاسخ: گزینه ۱ حجم مایع بیرون ریخته شده از ظرف دقیقاً برابر حجم قطعه فلز است.

$$V_{\text{الکل}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{160g}{0,8} = \frac{m_{\text{فلز}}}{2,7} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = \frac{2,7 \times 160}{0,8} = 540g$$

۳۲. در شکل روبه‌رو، اگر بیشینه نیرویی که کف ظرف می‌تواند از طرف جیوه تحمل کند،  $135$  نیوتون باشد، حداکثر چند سانتی‌متر جیوه می‌توان به ارتفاع جیوه در لوله اضافه کرد، تا ظرف شکسته نشود؟

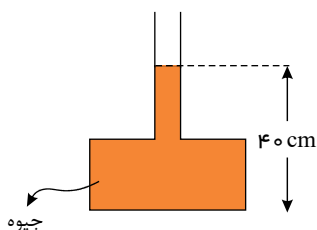
$$(\text{سطح کف ظرف} = 20 \text{ cm}^2 = 13500 \frac{kg}{m^3} = \text{چگالی جیوه و } g = 10 \frac{m}{s^2} \text{ است.})$$

۲) ۹۰

۱) ۵

۴) ۱۰

۳) ۲۰



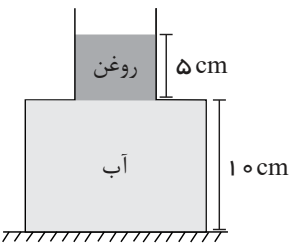
پاسخ: گزینه ۴ در ابتدا، با معلوم بودن حداکثر نیروی وارد بر کف از طرف مایع، حداکثر ارتفاع ستون جیوه را محاسبه می‌کنیم. سپس میزان ستونی که مجاز به افزودن است را می‌یابیم:



$$F_{max}^{مایع} = P_{max}^{مایع} \times A \Rightarrow F_{max}^{مایع} = \rho g h_{max} \times A \Rightarrow 135 = 13500 \times 10 \times h_{max} \times (20 \times 10^{-4})$$

$$\Rightarrow h_{max} = 0,5m = 50cm \Rightarrow \Delta h = 50 - 40 = 10cm$$

۳۳. در شکل زیر، ظرف از دو قسمت استوانه‌ای تشکیل شده است که سطح مقطع استوانه‌ها  $10cm^2$  و  $50cm^2$  است. نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف



ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (چگالی روغن و آب به ترتیب  $0,8 \frac{g}{cm^3}$  و  $1 \frac{g}{cm^3}$  است و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۶,۶ (۲)

۵,۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ فشار وارد از طرف مایعات به کف ظرف، برابر مجموع فشار ناشی از ستون هریک از مایعات می‌باشد. پس در ابتدا فشار ناشی از مایعات را می‌یابیم:

$$P_T = P_{آب} + P_{روغن} \Rightarrow P_T = (\rho g h)_{آب} + (\rho g h)_{روغن}$$

$$\Rightarrow P_T = (1000 \times 10 \times 0,1) + (800 \times 10 \times 0,05) \Rightarrow P_T = 1000 + 400 \Rightarrow P_T = 1400 Pa$$

نیروی وارد بر هر سطحی از رابطه  $F = P \cdot A$  قابل محاسبه است، بنابراین داریم:

$$F_T = P_T \times A \Rightarrow F_T = 1400 \times 50 \times 10^{-4} \Rightarrow F_T = 7(N)$$

دقت کنید که سطح مقطع استوانه روغن تأثیری در حل مسئله ندارد، زیرا فشار را روی سطح مقطع  $50cm^2$  می‌خواهیم.

۳۴. مخلوطی از ۲ نوع مایع با چگالی های  $\rho_1$  و  $\rho_2$  درست شده است. اگر  $\frac{1}{3}$  حجم آن از مایعی با چگالی  $\rho_1$  بوده و  $\frac{2}{3}$  باقی مانده از مایعی با چگالی  $\rho_2$  باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام است؟

$$\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1 + 2\rho_2} \quad (۴)$$

$$\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_2 + 2\rho_1} \quad (۳)$$

$$\frac{\rho_2 + 2\rho_1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱ در اینجا قبل از هر چیز می‌دانیم که اگر حجم کل را  $V$  فرض کنیم،  $V_1 = \frac{1}{3}V$  و  $V_2 = \frac{2}{3}V$  می‌شود. از طرف دیگر چون از جرم حرفی نزنده، به جای  $m$  از حاصل ضرب  $\rho V$  استفاده می‌کنیم. پس داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{3}V + \rho_2 \times \frac{2}{3}V}{V} = \frac{1}{3}\rho_1 + \frac{2}{3}\rho_2 = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۳۵. کدام کمیت‌ها، همگی از کمیت‌های اصلی در SI هستند؟

دما، جریان الکتریکی، جرم (۴)

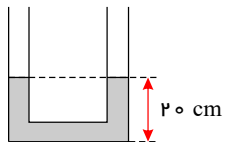
جریان الکتریکی، جرم، نیرو (۳)

فشار، زمان، سرعت (۲)

دما، نیرو، فشار (۱)

پاسخ: گزینه ۴ دما، جریان الکتریکی و جرم از کمیت‌های اصلی در SI هستند.

۳۶. در شکل روبه‌رو، ارتفاع آب در هر شاخه لوله برابر ۲۰ سانتی‌متر است. درون یکی از شاخه‌ها به آرامی روغن می‌ریزیم تا طول ستون روغن به ۲۵ سانتی‌متر برسد. در حالت تعادل، ارتفاع آب در شاخه مقابل چند سانتی‌متر خواهد شد؟ (چگالی آب و روغن به ترتیب  $1 \frac{g}{cm^3}$  و  $0,6 \frac{g}{cm^3}$  است.)



۲۷,۵ (۲)

۲۵ (۱)

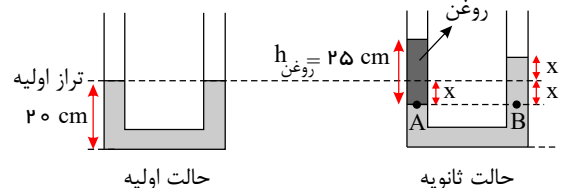
۳۷,۵ (۴)

۳۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ اگر در ستون سمت چپ به ارتفاع ۲۵cm روغن ریخته شود، آب در شاخه سمت چپ  $x$  سانتی‌متر پایین رفته و در شاخه سمت راست  $x$  سانتی‌متر بالا می‌رود و با توجه به یکسان بودن فشار در نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن مانند نقاط  $A$  و  $B$  می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho g h)_A + P_0 = (\rho g h)_B + P_0 \Rightarrow \rho_{روغن} \times 25 = \rho_{آب} \times 2x$$

$$\Rightarrow 0,6 \times 25 = 1 \times 2x \Rightarrow x = 7,5cm$$



بنابراین ارتفاع آب در شاخه سمت راست برابر است با:

$$\text{ارتفاع آب در شاخه سمت راست} = 20 + x = 20 + 7,5 = 27,5cm$$

۳۷. مکعبی که طول هر ضلع آن  $10\text{ cm}$  است، از ماده‌ای با چگالی  $\frac{g}{\text{cm}^3}$  ساخته شده است. اگر فشاری که مکعب از طریق قاعده خود به سطح افق وارد می‌کند به اندازه  $(Pa)$   $7800$  باشد، حجم حفره‌ای که در درون مکعب می‌باشد، چند واحد  $(SI)$  است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

- ۱  $2,5 \times 10^{-4}$       ۲  $4 \times 10^{-4}$       ۳  $2,5 \times 10^{-5}$       ۴  $4 \times 10^{-5}$

پاسخ: گزینه ۳ قدم اول: ابتدا جرم مکعب را می‌یابیم. اگر مکعب توپر باشد:

$$\begin{cases} V = (10\text{ cm})^3 = 1000\text{ cm}^3 \\ \rho = \frac{g}{\text{cm}^3} \end{cases} \Rightarrow m = \rho V = \frac{g}{\text{cm}^3} \times 1000\text{ cm}^3 \Rightarrow m = 1000g = 1\text{ kg} \rightarrow m = 1\text{ kg} \quad (1)$$

قدم دوم: جرمی که مکعب در حال حاضر دارد،  $m'$  است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} P = \frac{m'g}{A} = \frac{m' \times 10}{10^{-2}} = 7800\text{ Pa} \\ A = 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 100\text{ cm}^2 = 10^{-2}\text{ m}^2 \end{cases} \rightarrow m' = 7,8\text{ kg} \quad (2)$$

قدم سوم: از مقایسه  $m$  و  $m'$  درمی‌یابیم که این مکعب حتماً دارای حفره بوده، چون  $m' < m$  است.  
قدم چهارم: حجم حفره همان حجم جرم ناپدید شده است:

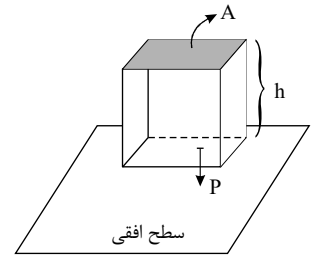
$$\Delta m = m - m' = 1 - 7,8 = 0,2\text{ kg} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{0,2\text{ kg}}{\frac{1000\text{ kg}}{\text{m}^3}} = 2,5 \times 10^{-5}\text{ m}^3$$

۳۸. مکعب فلزی توپری به ابعاد  $2\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 5\text{ cm}$  و چگالی  $8\text{ g/cm}^3$  از طرف یکی از وجه‌هایش روی سطح افقی قرار می‌گیرد. بیشترین فشاری که مکعب می‌تواند بر سطح وارد کند، چند پاسکال است؟  $(g = 10\text{ N/kg})$

- ۱  $1,6 \times 10^2$       ۲  $4 \times 10^2$       ۳  $1,6 \times 10^3$       ۴  $4 \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۴ از قبل می‌دانیم، برای اجسامی مانند مکعب یا مکعب مستطیل و ... برای تعیین فشار وارد بر سطح افقی از طرف جسم، علاوه بر رابطه  $P = \rho gh$  می‌توان از رابطه  $P = \frac{W}{A}$  نیز استفاده کرد. در اینجا که با هرگونه قرارگیری جسم روی سطح افقی، چگالی جسم تغییر نمی‌کند، بدیهی است که بیشترین فشار وارد بر سطح متناسب با بیشترین ارتفاع است، یعنی داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh \\ \rho = \frac{m}{v} \rightarrow m = \rho v = \rho Ah \end{cases}$$



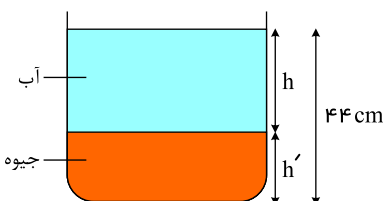
$$\text{if } h = h_{\max} \rightarrow P = P_{\max} = \rho gh_{\max} = (8 \times 10^3)(10)(5 \times 10^{-2}) \rightarrow P = P_{\max} = 4 \times 10^3\text{ Pa}$$

۳۹. در یک ظرف استوانه‌ای مقداری آب به جرم  $m$  و مقداری جیوه به جرم  $4m$  ریخته شده است. جمع ارتفاع این دو مایع  $44\text{ cm}$  است. فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف چند کیلو پاسکال است؟

$$\left( \rho = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13,6 \frac{g}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$$

- ۱  $17$       ۲  $32$       ۳  $42$       ۴  $47$

پاسخ: گزینه ۱ در این تیپ از سؤال‌ها که دو یا چند مایع مخلوط ناشدنی در یک ظرف استوانه‌ای قرار گرفته‌اند، باید در ابتدا ارتفاع هر مایع را به دست بیاوریم. به همین منظور، قبل از هر چیزی، رابطه بین جرم‌ها را نوشته، پس جرم را برحسب چگالی و حجم یعنی  $m = \rho V = \rho Ah$  می‌نویسیم تا یک معادله برحسب ارتفاع مایعات به دست بیاید. سپس با تشکیل یک دستگاه دو معادله دو مجهولی، ارتفاع مایعات و پس از آن فشار وارد بر کف ظرف را محاسبه می‌کنیم.  
بنابراین داریم:



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho Ah$$

$$\text{جرم آب } m = \rho Ah \quad \text{و} \quad \text{جرم جیوه } = 4m = \rho' Ah'$$

$$\Rightarrow m_{Ag} = 4M_w \rightarrow \rho' Ah' = 4\rho Ah \rightarrow 13,6h' = 4h \rightarrow h = 3,4h' \xrightarrow{h+h'=34cm}$$

$$3,4h' + h' = 44 \Rightarrow h' = 10cm \Rightarrow \text{ارتفاع آب} = h = 3,4 \times 10 = 34cm$$

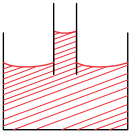
$$\text{مایعها } P = \rho gh + \rho' gh' \Rightarrow P = 1000 \times 10 \times 0,34 + 13600 \times 10 \times 0,1$$

$$\Rightarrow P = 3400 + 13600 = 17000Pa = 17kPa$$

۴۰. لوله شیشه‌ای باریکی را که دو انتهای آن باز است، به‌طور عمودی تا نیمه وارد مایع درون ظرفی می‌کنیم. اگر نیروی دگرچسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی باشد، سطح مایع درون لوله ..... از سطح مایع درون ظرف قرار می‌گیرد و سطح مایع در لوله به‌صورت ..... درمی‌آید.

- ۱) پایین‌تر - فرو رفته      ۲) پایین‌تر - برآمده      ۳) بالاتر - فرو رفته      ۴) بالاتر - برآمده

پاسخ: گزینه ۳ اگر نیروی دگرچسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی باشد، مایع (تر) مانند آب، سطح مایع درون لوله از سطح آزاد مایع بالاتر می‌رود (خاصیت موئینگی) و همچنین سطح آن فرورفتگی دارد.



۴۱. کدام یک از گزینه‌های زیر مناسب کادر خالی مربعی شکل است؟

$$1 \frac{ng \cdot ms^2}{Tm^3} = 10^{-\nu r} \square \frac{g \cdot ks^2}{cm^3}$$

M ۴
G ۳
n ۲
μ ۱

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای  $\frac{ng \cdot ms^2}{Tm^3}$  را به  $\frac{ng \cdot ks^2}{cm^3}$  تبدیل می‌نماییم:

$$\frac{1ng \cdot ms^2}{Tm^3} = 1 \frac{ng \cdot ms^2}{Tm^3} \times \left(\frac{10^{-3}s}{1ms}\right)^2 \times \left(\frac{ks}{10^3s}\right)^2 \times \left(\frac{Tm}{10^{12}m}\right)^3 \times \left(\frac{10^{-2}m}{1cm}\right)^3 = 10^{-6} \times 10^{-6} \times 10^{-36} \times 10^{-6} \frac{ng \cdot ks^2}{cm^3} = 10^{-54} \frac{ng \cdot ks^2}{cm^3}$$

حال به سراغ صورت تست می‌رویم:

$$10^{-54} \frac{ng \cdot ks^2}{cm^3} = 10^{-\nu r} \frac{g \cdot ks^2}{cm^3} \rightarrow \square g = 10^{-54} \times 10^{\nu r} ng = 10^{18} \times 10^{-9} g = 10^9 g \rightarrow \square = G$$

۴۲.  $\frac{Ms}{mm.kg}$  چند،  $\frac{ns}{Tm.mg}$ ،  $530$  است؟

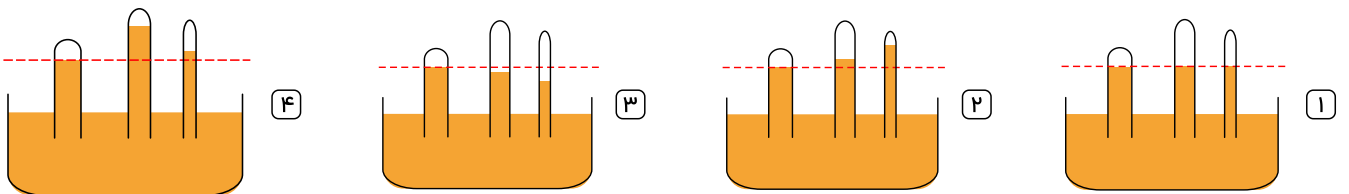
- ۱)  $53 \times 10^{-24}$       ۲)  $53 \times 10^{-23}$       ۳)  $53 \times 10^{24}$       ۴)  $53 \times 10^{23}$

پاسخ: گزینه ۲

$$530 \frac{ns}{Tm.mg} = 530 \times \frac{10^{-9}s}{10^{12}m \cdot 10^{-3}g} = 530 \times 10^{-18} \frac{s}{m \times g}$$

$$530 \times 10^{-18} \frac{s}{m \times g} \times \frac{1Ms}{10^6s} \times \frac{1m}{10^3mm} \times \frac{10^3g}{1kg} = 530 \times 10^{-24} = 53 \times 10^{-23} \frac{Ms}{mm.kg}$$

۴۳. آزمایش توریچلی را با سه لوله آزمایش با سطح مقطع و طول متفاوت انجام داده‌ایم. در کدام گزینه ارتفاع جیوه در لوله‌های آزمایش درست رسم شده است؟



پاسخ: گزینه ۱ در بارومترها، اگر سطح مقطع و طول لوله‌ها متفاوت باشد، ارتفاع ستون جیوه تغییر نمی‌کند.

۴۴. اگر حجم ظرفی که مساحت کف آن  $200cm^2$  است، برابر  $2,540$  لیتر باشد، ارتفاع این ظرف چند اینچ است؟ (هر اینچ برابر  $2,54$  سانتی‌متر است.)

- ۱) ۲      ۲) ۰,۲      ۳) ۵      ۴) ۰,۵

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا حجم ظرف را برحسب  $cm^3$  محاسبه می‌کنیم:

$$V = 2,540L = 2,540L \times \left( \frac{10^3 cm^3}{1L} \right) = 2540 cm^3$$

باتوجه به رابطه هندسی حجم، ارتفاع ظرف برابر است با:

$$V = Ah \Rightarrow 2540 cm^3 = 200 cm^2 \times h \Rightarrow h = \frac{25,4}{2} cm$$

اکنون این فاصله را برحسب اینچ محاسبه می‌کنیم:

$$h = \frac{25,4}{2} cm = \frac{25,4}{2} cm \times \left( \frac{1 \text{ اینچ}}{2,54 cm} \right) = 5 \text{ اینچ}$$

۴۵. در لوله آزمایشی که به‌طور قائم قرار دارد  $15 cm^3$  از مایعی به چگالی  $\frac{1000 kg}{m^3}$  و  $24 cm^3$  از مایعی به چگالی  $\frac{1500 kg}{m^3}$  می‌ریزیم. اگر مساحت سطح مقطع لوله  $3 cm^2$  باشد، فشار مایع در ۲ سانتی‌متری بالای ته لوله چند پاسکال است؟ (مایعات مخلوط نشده‌اند)

- ۱۷۰۰ (۱)      ۱۲۵۰ (۲)      ۱۳۵۰ (۳)      ۱۴۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

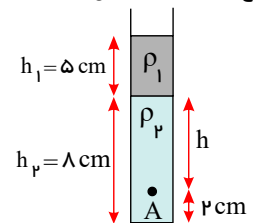
می‌دانیم فشار ناشی از مایع به ارتفاع ستون مایع وابسته است، بنابراین ابتدا از روی حجم هر مایع ارتفاع ستون مایع را در لوله به‌دست می‌آوریم:

$$V = Ah \Rightarrow \begin{cases} V_1 = Ah_1 \Rightarrow 15 cm^3 = 3 cm^2 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 5 cm \\ V_2 = Ah_2 \Rightarrow 24 cm^3 = 3 cm^2 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 8 cm \end{cases}$$

مایع شماره (۲) که چگالی آن بیشتر است در ته لوله قرار می‌گیرد و بنابراین با توجه به شکل زیر فشار ناشی از مایع‌ها در ۲ سانتی‌متری بالای ته لوله برابر است با:

$$P_A = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_A = 1000 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} + 1500 \times 10 \times 6 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow P_A = 5000 + 9000 = 14000 Pa$$



۴۶. عنصر فرضی  $X$  دارای دو ایزوتوپ سبک و سنگین با جرم‌های  $14 amu$  و  $16 amu$  و جرم اتمی میانگین  $14,2 amu$  است. نسبت شمار اتم‌های ایزوتوپ سنگین به سبک در آن کدام است؟

- $\frac{1}{8}$  (۱)       $\frac{1}{9}$  (۲)       $\frac{1}{10}$  (۳)       $\frac{1}{11}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

$$14,2 = \frac{14 F_1 + 16 F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 14,2 F_1 + 14,2 F_2 = 14 F_1 + 16 F_2 \Rightarrow 0,2 F_1 = 1,8 F_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{9}$$

۴۷. عنصر  $A$  دارای سه ایزوتوپ  $^{84}A$ ،  $^{86}A$ ،  $^{88}A$  است. اگر درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ آن ۲۰٪ و جرم اتمی میانگین  $A$  برابر  $86,4$  باشد، درصد فراوانی دو ایزوتوپ دیگر به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (عدد جرمی را به تقریب معادل جرم اتمی هر ایزوتوپ در نظر بگیرید.)

- ۶۰,۲۰ (۱)      ۴۰,۴۰ (۲)      ۳۰,۵۰ (۳)      ۲۰,۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$F_1 = 20 \Rightarrow F_2 + F_3 = 80 \Rightarrow F_3 = 80 - F_2$$

$$86,4 = \frac{(84 \times 20) + (86 \times F_2) + [88(80 - F_2)]}{100}$$

$$8640 = 1680 + 86 F_2 + 7040 - 88 F_2 \Rightarrow 2 F_2 = 8720 - 8640$$

$$2 F_2 = 80 \Rightarrow F_2 = 40$$

$$F_3 = 40$$

۴۸. عنصری دارای دو ایزوتوپ  $^{A}_{17}X$  و  $^{A+2}_{17}X$  است. اگر تعداد نوترون‌های  $^{A}_{17}X$  با تعداد الکترون‌های آن برابر و جرم اتمی میانگین عنصر  $X$  برابر  $35,75$  باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر کدام است؟

- ۲۵ (۱)      ۳۷,۵ (۲)      ۶۲,۵ (۳)      ۷۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} A = p + n \\ n = e_{\text{یون}} = p + 1 \end{cases} \Rightarrow A = 2p + 1 \Rightarrow 2(17) + 1 = 35 \Rightarrow \begin{cases} A = 35 \Rightarrow {}_{17}^{35}X \\ A + 2 = 37 \Rightarrow {}_{17}^{37}X \end{cases}$$

 $F_1 = \text{درصد فراوانی ایزوتوپ سبکتر}$ 

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{35F_1 + 37(100 - F_1)}{100} = 35,75 \Rightarrow F_1 = \%62,5$$

۴۹. اگر یون  $X^{2+}$  دارای ۱۲۱ نوترون و ۷۸ الکترون باشد و در یون  $Y^{2-}$  تعداد نوترون‌ها دو برابر تعداد الکترون‌های اتم  $X$  باشد، تفاوت عدد جرمی عنصر  $Y$  و عدد اتمی عنصر  $X$  کدام است؟

۲۵۰ (۴)

۱۷۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

 پاسخ: گزینه ۳ یون  $X^{2+}$  دارای ۷۸ الکترون است؛ بنابراین عنصر  $X$  دارای ۸۰ الکترون و در نتیجه ۸۰ پروتون است، پس:

 $X$  عدد اتمی عنصر = ۸۰

 در یون  $Y^{2-}$  تعداد پروتون‌ها ۹۰ است و تعداد نوترون‌ها ۲ برابر تعداد الکترون‌های  $X$  (۸۰) است یعنی ۱۶۰ تا.

$$Y \text{ عدد جرمی} = p + n = 160 + 90 = 250$$

$$Y \text{ عدد جرمی} - X \text{ عدد اتمی} = 250 - 80 = 170$$

۵۰. در اتم  $X$ ، ۹۶ ذره زیراتمی وجود دارد، اگر نسبت شمار ذرات زیراتمی درون هسته این اتم  $\frac{6}{5}$  باشد، نماد این عنصر کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

 ${}_{60}^{96}X$  (۴)

 ${}_{30}^{66}X$  (۳)

 ${}_{90}^{66}X$  (۲)

 ${}_{30}^{96}X$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$P + N + e = 96$$

 ذرات زیراتمی درون هسته،  $N$  و  $P$  هستند:

$$\frac{N}{P} = \frac{6}{5} \Rightarrow N = \frac{6P}{5} = 1,2P$$

$$P + 1,2P + P = 96 \Rightarrow 3,2P = 96 \Rightarrow P = 30 (z = 30)$$

$$e = 30, \quad N = 36 \quad A = N + P = 66$$

$${}_{z}^A X \Rightarrow {}_{30}^{66} X$$

۵۱. در یک اتم فرضی، تعداد نوترون‌ها دو برابر تعداد الکترون‌ها است. اگر این اتم با گرفتن دو الکترون ساختار الکترونی  $Ar$  را پیدا کند، عدد جرمی آن کدام است؟

۲۴ (۴)

۴۸ (۳)

۵۴ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$X^{2-}: [Ar] \Rightarrow e = 18 \Rightarrow Z = 16 \Rightarrow {}_{16}X: Z = 16, e = 16 \Rightarrow N = 2 \times 16 = 32 \\ A = Z + N = 16 + 32 = 48$$

۵۲. در چند مورد، نماد شیمیایی عنصرهای داده شده درست است؟

 (ت) منیزیم:  $Mn$ 

 (پ) کبالت:  $CO$ 

 (ب) سلنیم:  $Se$ 

 (آ) باریم:  $Ba$ 

 (ح) سرب:  $Pb$ 

 (چ) نقره:  $Ag$ 

 (ج) پتاسیم:  $P$ 

 (ث) بریلیم:  $Bi$ 

۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ موارد (آ)، (ب)، (چ) و (ح) درست‌اند.

 کبالت ( $Co$ )، منیزیم ( $Mg$ )، بریلیم ( $Be$ )، پتاسیم ( $K$ )

۵۳. تعداد نوترون‌های اتم  $^{18}_8O$  ..... اتم  $^{19}_9F$  بوده و تعداد الکترون‌های  $^{40}_{20}Ca^{2+}$  ..... از عدد جرمی  $^{31}_{15}P$  می‌باشد.

- ۱) برابر - بیش‌تر      ۲) کم‌تر از - بیش‌تر      ۳) بیش‌تر از - کم‌تر      ۴) برابر - کم‌تر

پاسخ: گزینه ۴

$$^{18}_8O: (n = 18 - 8 = 10) \quad , \quad ^{40}_{20}Ca^{2+}: (p = 20, e = 18)$$

$$^{19}_9F: (n = 19 - 9 = 10) \quad , \quad ^{31}_{15}P: (A = 31)$$

۵۴. جرم نسبی پروتون، نوترون و الکترون به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ۱) ۱, ۰, ۰      ۲) ۰, ۱, ۱      ۳) ۱, ۱, ۱      ۴)  $1, \frac{1}{2000}, \frac{1}{2000}$

پاسخ: گزینه ۲ جرم نسبی ذرات زیراتمی بر حسب  $amu$  برای پروتون و نوترون و الکترون، به ترتیب ۱، ۱ و ۰ است.

۵۵. هیدروژن دارای ..... ایزوتوپ است که در بین آن‌ها ..... ایزوتوپ ناپایدار می‌باشند. در بین همهٔ این ایزوتوپ‌ها، تعداد ..... ایزوتوپ طبیعی است و ..... ایزوتوپ طبیعی، ناپایدار و پرتوزا است.

- ۱) ۱, ۳, ۵, ۷      ۲) ۱, ۳, ۴, ۶      ۳) ۱, ۳, ۴, ۷      ۴) ۲, ۲, ۴, ۶

پاسخ: گزینه ۱ هیدروژن دارای ۷ ایزوتوپ است که در بین آن‌ها، ۵ ایزوتوپ پرتوزا و ناپایدار هستند و در میان ۳ ایزوتوپ طبیعی هیدروژن فقط یکی از آن‌ها پرتوزا است.

۵۶. عنصر  $A$  با عدد اتمی ۲۹، دارای سه ایزوتوپ با تعداد نوترون‌های ۳۴، ۳۵ و  $x$  می‌باشد. اگر درصد فراوانی آن‌ها به ترتیب ۵۰، ۳۰ و ۲۰ و جرم اتمی میانگین  $A$  برابر  $63,9$  باشد،  $x$  کدام است؟

- ۱) ۳۴      ۲) ۳۶      ۳) ۳۷      ۴) ۳۸

پاسخ: گزینه ۳

$$63,9 = \frac{(34 + 29) \times 50 + (35 + 29) \times 30 + (x + 29) \times 20}{100}$$

$$\Rightarrow 6390 = 3150 + 1920 + 580 + 20x \Rightarrow x = 37$$

۵۷. ایزوتوپ‌های منیزیم در چند مورد از ویژگی‌های زیر مشابه هستند؟

(آ) تعداد پروتون (ب) عدد جرمی (پ) نیم عمر (ت) فراوانی در طبیعت

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ همهٔ ایزوتوپ‌های منیزیم ( $^{24}_{12}Mg$ ,  $^{25}_{12}Mg$ ,  $^{26}_{12}Mg$ ) دارای عدد اتمی، یکسان می‌باشند و سایر موارد در ایزوتوپ‌ها به‌طور کلی متفاوت است.

۵۸. تعداد ذرات زیراتمی تشکیل‌دهندهٔ کدام اتم با هم برابر است؟

- ۱)  $^{31}_{15}P$       ۲)  $^{56}_{26}Fe$       ۳)  $^{27}_{13}Al$       ۴)  $^{24}_{12}Mg$

پاسخ: گزینه ۴

$$^{24}_{12}Mg \Rightarrow \begin{cases} A = N + Z \Rightarrow 24 = N + 12 \Rightarrow N = 12 \\ e^- = p = 12 \end{cases}$$

۵۹. کدام یک از اتم‌های  $^{m'}_{n-3}D$ ,  $^{m+2}_{n+3}C$ ,  $^{m'}_{n+3}B$ ,  $^m_{n-3}A$  هم‌مکان هستند؟

- ۱)  $B$  و  $A$       ۲)  $D$  و  $B$       ۳)  $A$  و  $C$       ۴)  $D$  و  $A$

پاسخ: گزینه ۴ هم‌مکان یا ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند؛ مانند ( $A$  و  $D$ ) و ( $B$  و  $C$ ) که البته  $B$  و  $C$  در گزینه‌ها قرار داده نشده‌اند.

۶۰. جدول دوره‌ای دارای ..... عنصر است که در ..... ستون و ..... ردیف براساس افزایش ..... چیدمان شده‌اند.

- ۱) ۱۰۸ - ۷ - ۱۸ - عدد جرمی      ۲) ۱۱۸ - ۷ - ۱۸ - عدد جرمی      ۳) ۱۰۸ - ۷ - ۱۸ - عدد اتمی      ۴) ۱۱۸ - ۱۸ - ۷ - عدد اتمی

پاسخ: گزینه ۴



مؤنٹسری آؤنٹری آہرن علوی

آیین علوی